Paweł Kułakowski[1)]
Wiesław Ludwin[2)]
Katedra Telekomunikacji AGH
al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków
[1)]kulakowski@kt.agh.edu.pl
[2)]ludwin@kt.agh.edu.pl

Kraków, 15-17 czerwca 2005

ALGORYTM ESTYMACJI MACIERZY TRANSMITANCJI KANAŁU RADIOWEGO W SYSTEMIE MIMO Z KODEM ALAMOUTIEGO[*)]

***Streszczenie*: Transmisja danych w systemach wieloantenowych MIMO wymaga znajomości macierzy *H* transmitancji kanału radiowego, co jest realizowane przez nadawanie sekwencji treningowych. W systemach radiokomunikacji ruchomej, gdzie macierz *H* podlega szybkim zmianom, sekwencje treningowe muszą być transmitowane bardzo często, co ogranicza przepustowość całego systemu. W niniejszym artykule przedstawiono iteracyjny algorytm ISKRA dla systemu MIMO z kodem Alamoutiego, który umożliwia jednoczesną estymację kanału i transmisję danych. Skuteczność algorytmu potwierdzono na drodze symulacji komputerowych.**

1. WPROWADZENIE

Systemy wieloantenowe MIMO (*Multiple-Input Multiple-Output*) to rozwiązanie przeznaczone dla radiowych sieci transmisji danych o wysokiej przepustowości [2]. Dodatkowe anteny nadawcze i odbiorcze pozwalają, bez konieczności poszerzania pasma częstotliwości kanału, zwiększyć przepustowość systemu lub zmniejszyć bitową stopę błędów. Jednym z najbardziej popularnych i szeroko dyskutowanych obecnie kodów transmisyjnych dla systemów MIMO jest kod zaproponowany przez Alamoutiego dla układu dwóch anten nadawczych i dwóch odbiorczych [1]. Kod ten znalazł już zastosowanie w standardach W-CDMA i CDMA-2000 oraz przewiduje się jego powszechne wykorzystanie w sieciach radiokomunikacji ruchomej nowej generacji.

W celu prawidłowego zdekodowania sygnałów nadanych w systemie MIMO, odbiornik musi znać aktualną macierz transmitancji ***H*** kanału radiowego. W większości współczesnych sieci łączności bezprzewodowej aktualne wartości współczynników macierzy ***H*** są obliczane na podstawie przesyłanych co pewien czas sekwencji treningowych, czyli znanych *a piori* po stronie odbiorczej ciągów symboli. W przypadku systemu radiokomunikacji ruchomej macierz transmitancji kanału radiowego podlega ciągłym zmianom w czasie. Estymacja macierzy ***H*** staje się więc problemem kluczowym. Z jednej strony, estymacja ta powinna być dokonywana na tyle często, aby aktualne wartości współczynników macierzy ***H*** były znane przez cały czas prowadzenia transmisji. Z drugiej strony byłoby niepożądane, gdyby sekwencje treningowe zdominowały transmisję, nie zostawiając czasu na transfer danych.

W artykule zaproponowano algorytm ISKRA, który umożliwia jednoczesną transmisję danych i estymację macierzy transmitancji ***H*** w systemie MIMO z kodem Alamoutiego. Macierz ***H*** jest obliczana na bieżąco po transmisji każdego bloku danych, bez konieczności częstego przesyłania sekwencji treningowych. Skuteczność nowego algorytmu została potwierdzona w wykonanych przez autorów symulacjach komputerowych. Niniejsza publikacja stanowi część większej pracy, prezentującej algorytm ISKRA w systemach MIMO z kodami STBC (*Space-Time Block Codes*), wysłanej do czasopisma IEEE Transactions on Communications [5].

Przyjęto, że równanie macierzowe analizowanego systemu transmisji ma postać:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{X} + \boldsymbol{V} \ , \qquad (1)$$

gdzie:
Y – macierz sygnałów odebranych,
H – macierz transmitancji kanału radiowego,
X – macierz symboli nadawanych,
V – macierz reprezentująca szum AWGN (*Additive White Gaussian Noise*).
Wszystkie macierze we wzorze (1) mają wymiary 2×2.

Dodatkowo, w dalszej części pracy, przyjęto następujące oznaczenia: ***I*** – macierz jednostkowa, * – operacja sprzężenia, ^{H} – operacja sprzężenia i transponowania, τ – czas trwania transmisji jednego symbolu, *SNR* – średnia wartość stosunku mocy sygnału do mocy szumu na wejściu anten odbiorczych. Założono również, że analizowane kanały radiowe są kanałami płaskimi z zanikami Rayleigha.

2. KOD TRANSMISYJNY ALAMOUTIEGO

Kod Alamoutiego jest przykładem blokowego kodu przestrzenno-czasowego STBC dla systemu MIMO z dwoma antenami nadawczymi i dwoma odbiorczymi [1], [6]. W czasie τ_1, nadawane są, odpowiednio za pomocą anten pierwszej i drugiej, symbole x_1, i x_2, zaś w czasie τ_2 – symbole $-x_1^*$ i x_2^*. Macierz symboli nadawanych ma więc następującą postać:

$$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} x_1 & -x_2^* \\ x_2 & x_1^* \end{pmatrix}. \qquad (2)$$

Symbole transmitowane w tym samym czasie tworzą wektor transmisyjny. W przypadku kodu Alamoutiego, wektory transmisyjne są wzajemnie ortogonalne.

[*)] Praca wykonana w ramach grantu DBN Nr 3 T11D 009 26

Dwa wektory, a więc cztery transmitowane symbole, tworzą blok. Zastosowanie systemu MIMO z kodem Alamoutiego nie powoduje zwiększenia współczynnika wykorzystania pasma, jednak znacząco poprawia bitową stopę błędów [1].

3. ESTYMACJA MACIERZY TRANSMITANCJI KANAŁU RADIOWEGO

Transmisja danych w systemach wieloantenowych MIMO wymaga znajomości macierzy transmitancji kanału radiowego $\boldsymbol{H}$ po stronie odbiorczej systemu. Aby spełnić ten warunek, przed transmisją danych nadawana jest sekwencja treningowa. Na tej podstawie obliczane są współczynniki macierzy $\boldsymbol{H}$, czyli transmitancje wszystkich podkanałów – kanałów radiowych między każdą z anten nadawczych i każdą z anten odbiorczych. Kluczowym problemem jest dobranie odpowiedniej częstotliwości nadawania sekwencji treningowej. Powszechnie przyjmuje się założenie, że kanał radiowy jest quasi-stacjonarny [2], [4]. Oznacza to, że macierz $\boldsymbol{H}$ pozostaje stała tylko przez pewien okres czasu T, będącego całkowitą wielokrotnością czasu τ trwania pojedynczego symbolu i wystarczy, że będzie określona raz na początku tego okresu. Po czasie T, współczynniki macierzy $\boldsymbol{H}$ zmieniają swoje wartości i muszą być ponownie określone. Okres T jest tym krótszy, im szybsze są zmiany macierzy transmitancji $\boldsymbol{H}$, a więc im bardziej dynamiczny jest kanał radiowy.

W rzeczywistym systemie radiokomunikacyjnym, kanał radiowy nie jest jednak quasi-stacjonarny, a zmiany transmitancji kanału radiowego zachodzą w każdym okresie czasu τ. W celu scharakteryzowania takiego kanału, autorzy artykułu proponują wprowadzić współczynnik korelacji $C \in <0,1>$ między transmitancją danego podkanału radiowego w kolejnych okresach czasu τ_i i τ_{i+1}. Dynamiczny kanał radiowy, o szybkich zmianach macierzy transmitancji będzie charakteryzowany przez mniejszą wartość współczynnika C. W przypadku kanału quasi-statycznego, współczynnik korelacji będzie bliższy jedności. Dla ustalenia uwagi przyjmuje się, że w danym kanale radiowym, współczynniki korelacji są identyczne dla wszystkich podkanałów i równe C.

Założono, że kanał radiowy jest kanałem płaskim z zanikami Rayleigha. W takiej sytuacji, transmitancja każdego podkanału może być zamodelowana jako zespolona zmienna losowa $h = A \cdot e^{j\varphi}$. Amplituda A tej zmiennej podlega rozkładowi Rayleigha o średniej równej 1, a faza φ – rozkładowi jednostajnemu w przedziale $<0, 2\pi)$ [3]. Transmitancja w kolejnych okresach czasu τ obliczana jest następująco:

$$h_{i+1} = C \cdot h_i + \sqrt{1 - C^2} \cdot g_{i+1}, \qquad (3)$$

gdzie h_i jest transmitancją danego podkanału w czasie τ_i, a h_{i+1} jest transmitancją tego samego podkanału w czasie τ_{i+1}. Zmienna g_{i+1} jest pomocniczą zespoloną zmienną losową – jej amplituda również podlega rozkładowi Rayleigha o średniej równej 1, a faza – rozkładowi jednostajnemu w przedziale $<0, 2\pi)$. Wszystkie transmitancje poszczególnych podkanałów radiowych są obliczane niezależnie od siebie.

Dla systemu MIMO, minimalna długość sekwencji treningowej jest równa liczbie anten nadawczych. Oznacza to, że w przypadku kodu Alamoutiego, sekwencja treningowa musi składać się z co najmniej dwóch wektorów transmisyjnych czyli trwać $2 \cdot \tau$. Optymalna długość sekwencji treningowej może być jednak większa [4].

W przypadku niestacjonarnego kanału radiowego, zastosowanie długiej sekwencji treningowej ma zarówno pozytywne jak i negatywne skutki. Z jednej strony, pomiar współczynników macierzy $\boldsymbol{H}$ wykonany na podstawie większej liczby symboli treningowych jest dokładniejszy. Jednak z drugiej strony, dla zbyt długiej sekwencji treningowej, obliczone wartości współczynników macierzy $\boldsymbol{H}$ przestają być aktualne w późniejszym procesie dekodowania. Długie sekwencje treningowe są korzystne tylko w przypadku małych wartości *SNR* co potwierdzają wyniki symulacji komputerowych, zaprezentowane w dalszej części pracy.

4. ALGORYTM ISKRA

W typowym systemie MIMO przesyłane są naprzemiennie sekwencje treningowe i sekwencje danych. Na podstawie sekwencji treningowej obliczana jest macierz transmitancji $\boldsymbol{H}$ kanału radiowego. W drugiej kolejności transmitowane są dane. Nadawane symbole są dekodowane w odbiorniku na podstawie obliczonej wcześniej macierzy $\boldsymbol{H}$ i przy założeniu, że jest ona dobrym przybliżeniem aktualnej macierzy transmitancji $\boldsymbol{H}_{akt}$ kanału radiowego. Jednak w rzeczywistym, niestacjonarnym kanale radiowym, macierz transmitancji podlega ciągłym zmianom. Im dłużej trwa transmisja sekwencji danych, tym większe są różnice między $\boldsymbol{H}$ i $\boldsymbol{H}_{akt}$, co w konsekwencji prowadzi do wzrostu bitowej stopy błędów. Aby zmniejszyć bitową stopę błędów, należałoby częściej nadawać sekwencje treningowe. To jednak powoduje spadek rzeczywistej przepustowości systemu.

Rozwiązaniem tego problemu jest algorytm ISKRA (*Iteracyjne Szacowanie Kanału RAdiowego*), umożliwiający jednoczesną transmisję danych i estymację macierzy $\boldsymbol{H}$. Algorytm ten przeznaczony jest dla transmisji radiowej z kodowaniem STBC w systemach MIMO [5].

Poniżej, zaprezentowano algorytm ISKRA dla kodu Alamoutiego. Przyjęto, że długość sekwencji treningowej równa jest t, a długość sekwencji danych – d. Dane są transmitowane w blokach po dwa wektory transmisyjne, więc d musi być wielokrotnością liczby 2. Również sekwencję treningową wygodnie jest transmitować w blokach kodu Alamoutiego. Struktura symboli treningowych i danych jest więc taka sama, jednak symbole treningowe są znane *a priori* po stronie odbiorczej. Można więc powiedzieć, że sekwencja treningowa składa się z $t/2$ bloków, a dane to $d/2$ bloków.

Cały algorytm ISKRA można przedstawić jako cztery, powtarzające się kroki:

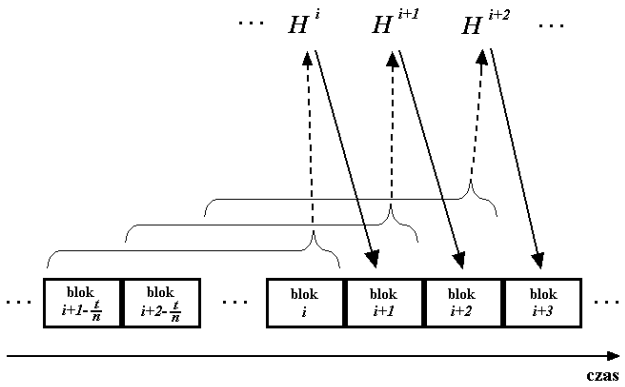
Krok 1. Przesłanie sekwencji treningowej o długości t ($t/2$ bloków) i obliczenie macierzy $\boldsymbol{H}$.

Krok 2. Transmisja bloku danych i zdekodowanie, zgodnie z ostatnio obliczoną macierzą $\boldsymbol{H}$, zawartych w nim symboli.

Krok 3. Ponowne obliczenie macierzy $\boldsymbol{H}$ na podstawie ostatnich $t/2$ bloków. Mogą to być zarówno bloki z symbolami treningowymi, jak i z danymi, które po zdekodowaniu można potraktować jako symbole treningowe.

Krok 4. Po transmisji $d/2$ bloków danych, algorytm powraca do Kroku 1 i następuje ponowna transmisja sekwencji treningowej, zaś bloki danych liczone są od początku. Jeżeli liczba przesłanych bloków danych jest mniejsza niż $d/2$, to algorytm przechodzi do Kroku 2.

Generalnie, algorytm ISKRA składa się z dwóch naprzemiennie wykonywanych operacji. Pierwsza z nich to obliczanie macierzy $\boldsymbol{H}$ na podstawie ostatnich $t/2$ przesłanych bloków. Drugą operacją jest transmisja i zdekodowanie bloku danych na podstawie ostatnio obliczonej macierzy $\boldsymbol{H}$. Te dwie operacje zilustrowano na rysunku 1.



Rys. 1. Dwie podstawowe operacje występujące naprzemiennie w algorytmie ISKRA: estymacja macierzy $\boldsymbol{H}$ *i dekodowanie bloku danych.*

Ponieważ współczynniki macierzy $\boldsymbol{H}$ są obliczane przy użyciu zdekodowanych bloków danych, zatem skutkiem błędnie zdekodowanego bloku danych będzie niepoprawnie obliczona macierz $\boldsymbol{H}$. W rezultacie, jest bardzo prawdopodobne, że kolejne bloki danych będą również błędne. Może to prowadzić do powstawania długich serii błędów transmisji. Aby temu zapobiec, co pewien czas transmitowana jest jeszcze sekwencja treningowa (Krok 1 algorytmu). Wtedy macierz $\boldsymbol{H}$ jest obliczana w odbiorniku na podstawie tylko i wyłącznie znanych *a priori* symboli.

Obliczanie macierzy $\boldsymbol{H}$ na podstawie zdekodowanego bloku danych polega na mnożeniu macierzy $\boldsymbol{Y}$ sygnałów odebranych i sprzężonej transponowanej macierzy $\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{H}}$ symboli nadawanych:

$$\boldsymbol{Y} \cdot \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{H}} = \boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{X} \cdot \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{H}} + \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{H}} . \tag{4}$$

W przypadku kodu Alamoutiego i modulacji BPSK [6]:

$$\boldsymbol{X} \cdot \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{H}} = (|\boldsymbol{x}_1|^2 + |\boldsymbol{x}_2|^2) \cdot \boldsymbol{I} = 2 \cdot \boldsymbol{I} . \tag{5}$$

W rezultacie, iloczyn macierzy $\boldsymbol{Y}$ i $\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{H}}$ jest równy podwojonej szukanej macierzy $\boldsymbol{H}$ zniekształconej przez szum AWGN:

$$\boldsymbol{Y} \cdot \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{H}} = 2 \cdot \boldsymbol{H} + \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{H}} . \tag{6}$$

5. SYMULACYJNA WERYFIKACJA ALGORYTMU ISKRA

Skuteczność zaproponowanego algorytmu oceniono na drodze symulacji komputerowych transmisji radiowej z kodem Alamoutiego i modulacją BPSK. Analizowano kanały radiowe o różnej dynamice, dla których współczynnik korelacji C przyjmował wartości: 0,999; 0,99 i 0,9. W każdym przypadku dokonano porównania transmisji radiowej bez i z zaimplementowanym algorytmem ISKRA. W rezultacie otrzymano zależności bitowej stopy błędów *BER* w funkcji *SNR*. We wszystkich przypadkach zakładano, że sekwencje treningowe stanowią 10% całkowitego czasu transmisji – dzięki temu rzeczywista przepustowość systemu transmisyjnego była zawsze taka sama.

W pierwszej kolejności badano kanał radiowy o relatywnie małej dynamice – współczynnik korelacji C był równy 0,999. Rezultaty symulacji przedstawiono na rysunku 2. Porównano transmisję bez i z algorytmem ISKRA dla krótkich ($t = 2$ i $d = 18$) i długich ($t = 20$ i $d = 180$) sekwencji treningowych. Jako punkt odniesienia, na rysunku 2 przedstawiono również przypadek, w którym macierz transmitancji $\boldsymbol{H}$ jest *a priori* znana w odbiorniku.

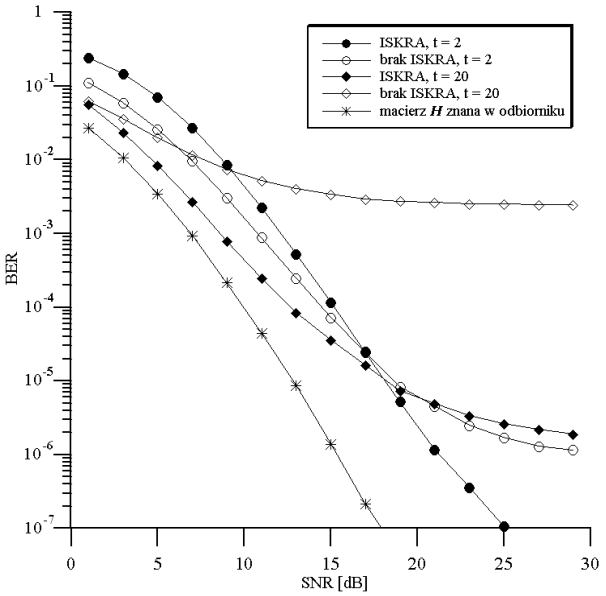
W przypadku małych wartości *SNR*, długie sekwencje treningowe pozwalają osiągnąć niższą bitową stopę błędów. Gdy $C = 0{,}999$, kanał jest stosunkowo wolnozmienny i macierz $\boldsymbol{H}$, wyznaczona na podstawie długiej sekwencji treningowej, jest wciąż aktualna w późniejszym etapie dekodowania danych. Jednocześnie, długa sekwencja pozwala zredukować negatywny wpływ szumu, który jest główną przyczyną wysokiej bitowej stopy błędów w przypadku małych wartości *SNR*. Gdy przyjęte zostanie kryterium $BER < 10^{-3}$, algorytm ISKRA i długa sekwencja treningowa pozwalają je spełnić nawet przy wartości $SNR = 9\,\text{dB}$.

Dla dużych wartości $SNR \geq 19\,\text{dB}$, optymalnym rozwiązaniem jest algorytm ISKRA z krótką ($t = 2$) sekwencją treningową. Osiągnięcie nawet $BER < 10^{-7}$ jest możliwe już dla $SNR > 25\,\text{dB}$. Transmisja bez algorytmu ISKRA w żadnym wypadku nie pozwala na uzyskanie nawet $BER = 10^{-6}$. Wynika to z faktu, że dla tak dużych wartości *SNR*, dłuższe sekwencje treningowe nie poprawiają dokładności obliczeń macierzy $\boldsymbol{H}$. Aby uzyskać tak niską bitową stopę błędów ($BER = 10^{-6}$), trzeba maksymalnie ograniczyć negatywny wpływ dynamiki kanału radiowego, a to nie jest możliwe przy długich sekwencjach treningowych.

Następnie, zbadano przypadek bardziej dynamicznego kanału radiowego ($C = 0{,}99$). Na rysunku 3 porównano wyniki symulacji transmisji bez i z algorytmem ISKRA tylko dla krótkich ($t = 2$) sekwencji treningowych. Dłuższe sekwencje były korzystne jedynie dla małych wartości *SNR*, a poprawa *BER* była nieznaczna. Dla osiągnięcia $BER < 10^{-3}$, najlepszym rozwiązaniem jest algorytm ISKRA i możliwie najkrótsza se-

kwencja treningowa. W takim przypadku wystarczający jest $SNR = 15\,\mathrm{dB}$. Należy podkreślić, że tak niska bitowa stopa błędów w ogóle nie jest możliwa do uzyskania bez algorytmu ISKRA.

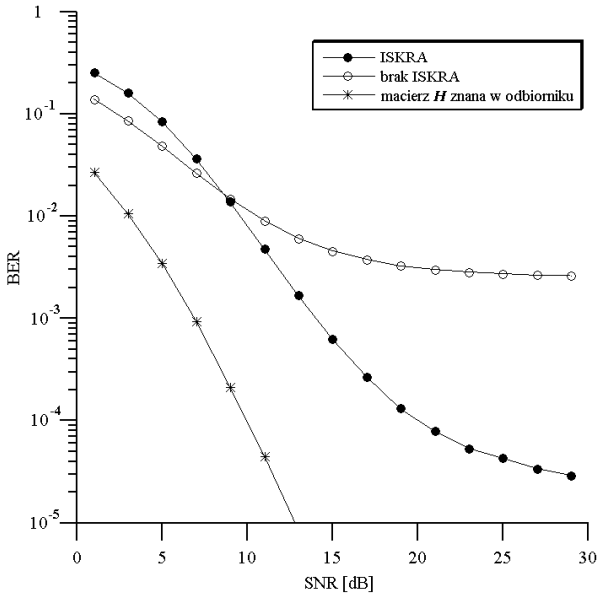
Na koniec wykonano symulacje dla kanału o współczynniku korelacji $C = 0{,}9$. W przypadku tak dynamicznego kanału radiowego, w ogóle nie jest możliwe uzyskanie $BER < 10^{-2}$, nawet gdy zostanie zastosowany algorytm ISKRA.



Rys. 2. Wykres bitowej stopy błędów w funkcji SNR dla kanału radiowego o współczynniku korelacji C = 0,999

6. PODSUMOWANIE

W pracy zaprezentowano algorytm ISKRA umożliwiający jednoczesną transmisję danych i estymację macierzy transmitancji kanału radiowego w systemie MIMO z kodem transmisyjnym Alamoutiego. Algorytm ISKRA pozwala na bieżąco obliczać współczynniki macierzy transmitancji dynamicznie zmieniającego się kanału radiowego. Skuteczność ISKRA została potwierdzona w symulacjach komputerowych. Podczas transmisji z algorytmem ISKRA, uzyskiwane są nawet 10-krotnie niższe bitowe stopy błędów niż w przypadku transmisji bez tego algorytmu. Dla szybkozmiennych kanałów radiowych, brak ISKRA uniemożliwia osiągnięcie $BER < 10^{-3}$.



Rys. 3. Wykres bitowej stopy błędów w funkcji SNR dla kanału radiowego o współczynniku korelacji C = 0,99 i sekwencji treningowej t = 2.

LITERATURA

[1] S. Alamouti, *A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications,* IEEE J. Select. Areas. Commun, vol. 16, October 1998, s. 1451–1458.

[2] G. J. Foschini, M. J. Gans, *On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas*, Wireless Pers. Commun., vol. 6, March 1998, s. 311–335.

[3] H. Hashemi, *The indoor radio propagation channel*, Proc. IEEE, vol. 81, July 1993, s. 943-968.

[4] B. Hassibi, B. M. Hochwald, *How much training is needed in multiple-antenna wireless links?*, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 49, April 2003, s. 951–965.

[5] P. Kulakowski, W. Ludwin, *Iterative MIMO Channel Estimation for Space-Time Block Codes*, praca wysłana do IEEE Trans. On Communications.

[6] V. Tarokh, H. Jafarkhani, A. R. Calderbank, *Space-time block codes from orthogonal designs*, IEEE Trans. Info. Theory, vol. 45, July 1999, s. 1456–1467.